Temperatura en sistemas fuera del equilibrio

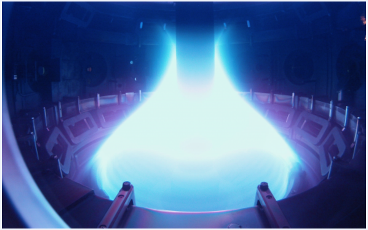
Sergio Davis <sergio.davis@cchen.cl>

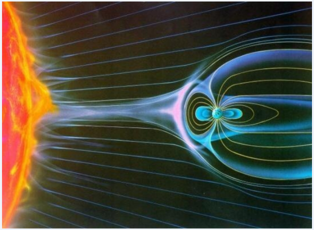
Centro de Investigación en la Intersección de Física de Plasmas, Materia y Complejidad (P^2mc), **Comisión Chilena de Energía Nuclear**

15 Abril 2024

Sistemas no térmicos

Muchos sistemas (ej. plasmas de laboratorio y espaciales) **no siguen** las predicciones de la termodinámica en equilibrio.





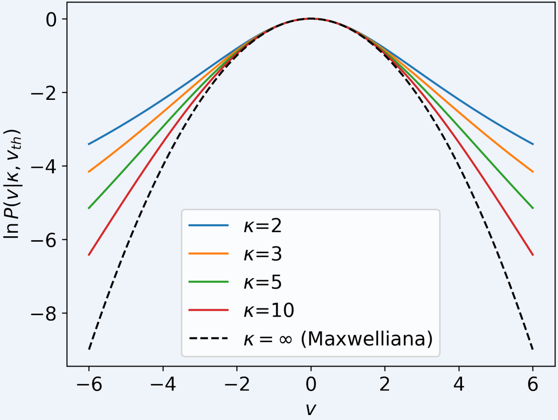
Ejemplo: la velocidad de una partícula debería seguir la distribución de Maxwell-Boltzmann (canónica),

$$P(\boldsymbol{v}|m,T) = \left(\sqrt{2\pi k_B T/m}\right)^3 \exp\left(-\frac{m\boldsymbol{v}^2}{2k_B T}\right)$$

y esto no se cumple.

¿Cómo podemos asignar temperatura a este tipo de sistemas?

La distribución kappa



$$P(\boldsymbol{v}|\kappa, T) = \frac{1}{\eta}\left[1 + \frac{1}{\left(\kappa - \frac{3}{2}\right)}\frac{m\boldsymbol{v}^2}{2k_B T}\right]^{-(\kappa+1)}$$

Entropía de Tsallis

C. Tsallis (1988)

Maximizar $\mathcal{S}[p] := -\int d\mathbf{\Gamma}\, p(\mathbf{\Gamma}) \ln p(\mathbf{\Gamma})$ sujeto a

$$\int d\mathbf{\Gamma}\, p(\mathbf{\Gamma}) \mathcal{H}(\mathbf{\Gamma}) = \overline{E}$$

$$p^*(\mathbf{\Gamma}) = P(\mathbf{\Gamma}|\beta) = \frac{\exp\big(-\beta \mathcal{H}(\mathbf{\Gamma})\big)}{Z(\beta)}$$

Maximizar $\mathcal{S}_q[p] := \dfrac{1}{1-q}\left(\int d\mathbf{\Gamma}\, p(\mathbf{\Gamma})^q - 1\right)$ sujeto a

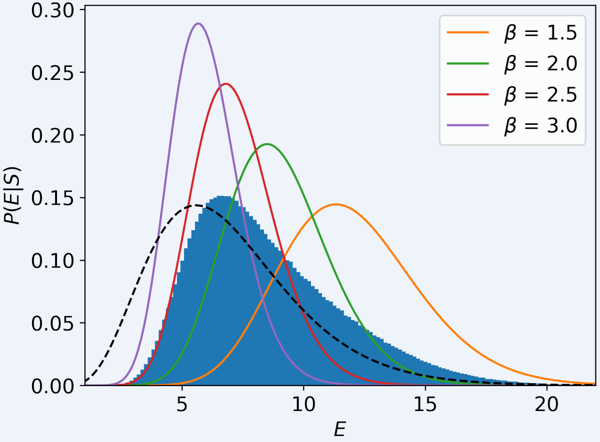
$$\frac{\int d\mathbf{\Gamma}\, p(\mathbf{\Gamma})^q \mathcal{H}(\mathbf{\Gamma})}{\int d\mathbf{\Gamma}\, p(\mathbf{\Gamma})^q} = \overline{E}$$

$$p^*(\mathbf{\Gamma}) = P(\mathbf{\Gamma}|\beta, q) = \frac{1}{Z_q(\beta)}\Big[1 + (q-1)\beta \mathcal{H}(\mathbf{\Gamma})\Big]_+^{\frac{1}{1-q}}$$

Superestadística

C. Beck, E. G. D. Cohen (2003)

$$P(\mathbf{\Gamma},\beta|S) = P(\beta|S)P(\mathbf{\Gamma}|\beta) \quad \Rightarrow \quad P(\mathbf{\Gamma}|S) = \int_0^\infty d\beta\, P(\beta|S)\left[\frac{\exp\big(-\beta\mathcal{H}(\mathbf{\Gamma})\big)}{Z(\beta)}\right]$$



Superestadística

$$P(\beta|u,\beta_S) = \frac{1}{u\beta_S\Gamma(1/u)}\exp\left(-\frac{\beta}{u\beta_S}\right)\left(\frac{\beta}{u\beta_S}\right)^{\frac{1}{u}-1}$$

donde $\beta_S := \big\langle \beta \big\rangle_S$ y $u := \dfrac{\big\langle (\delta\beta)^2 \big\rangle_S}{(\beta_S)^2}$

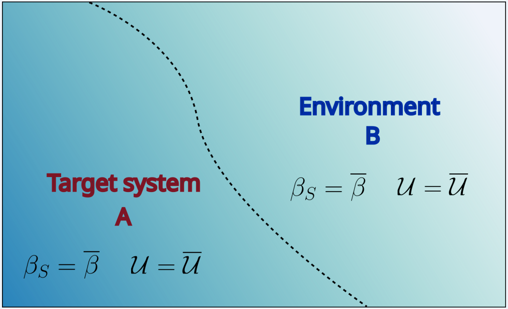
$$P(\boldsymbol{v}|u,\beta_S) = \frac{1}{Z_u(\beta_S)}\left[1 + u\beta_S\frac{m\boldsymbol{v}^2}{2}\right]^{-\left(\frac{1}{u}+\frac{3}{2}\right)} \quad (1)$$

$$\kappa = \frac{1}{u} + \frac{1}{2} \quad (2)$$

S. Davis, G. Avaria, B. Bora, J. Jain, J. Moreno, C. Pavez, L. Soto. Phys. Rev. E **108**, 065207 (2023).

Temperatura y su incerteza

$$P(\mathbf{\Gamma}|S) = \rho\big(\mathcal{H}(\mathbf{\Gamma}); S\big) \quad \Rightarrow \quad \boxed{\beta_F(E; S) = -\frac{\partial}{\partial E}\ln\rho(E; S)}$$



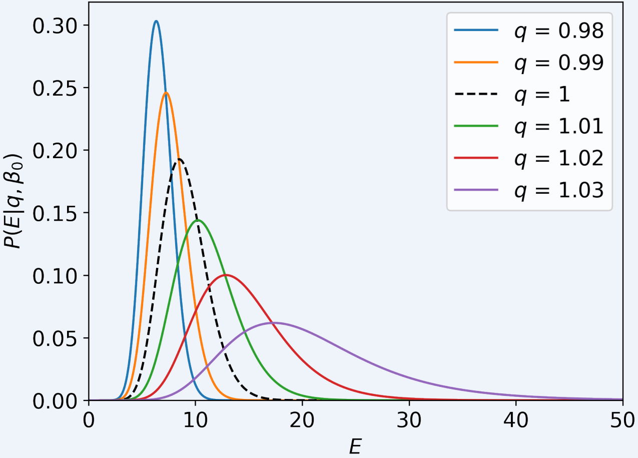
$$\beta_S := \big\langle \beta_F \big\rangle_S$$

$$\boxed{\mathcal{U} := \big\langle(\delta\beta_F)^2\big\rangle_S - \big\langle{\beta_F}'\big\rangle_S}$$

En superestadística $\mathcal{U} \geq 0$, con $\mathcal{U} = 0$ en el canónico

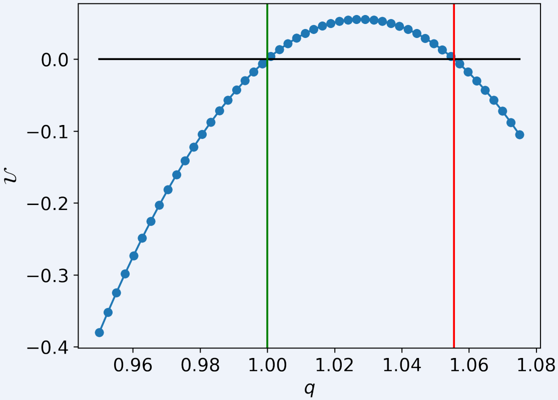
S. Davis. Phys. A **608**, 128249 (2022).

Ejemplo: modelo q-canónico



Ejemplo: modelo q-canónico

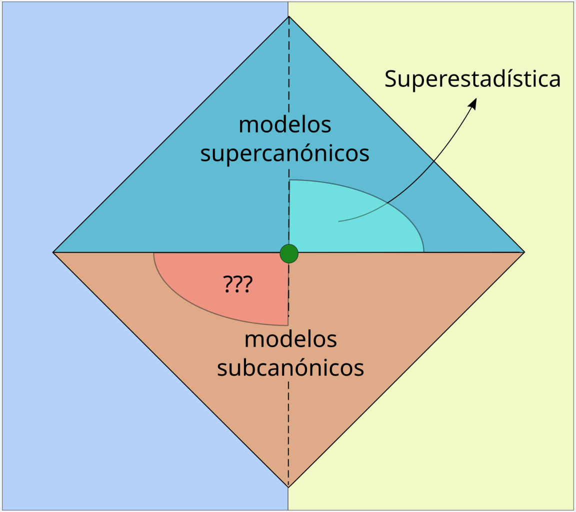
$$\beta_S = \beta_0\big(1-(q-1)(C_E+1)\big), \qquad \mathcal{U} = \frac{(\beta_S)^2(q-1)}{1-(q-1)(C_E+1)}$$



Límite de Lutsko y Boon: $q < 1 + \dfrac{1}{\alpha+1}$

Un espacio de estados estacionarios

Es posible tener tanto estados con $\mathcal{U} > 0$ (“supercanónicos”) como con $\mathcal{U} < 0$ (“subcanónicos”)



Algunas referencias

- **S. Davis**, G. Gutiérrez. *Temperature is not an observable in superstatistics*. Phys. A **505**, 864-870 (2018).
- **S. Davis**, G. Gutiérrez. *Emergence of Tsallis statistics as a consequence of invariance*. Phys. A **533**, 122031 (2019).
- **S. Davis**. *On the possible distributions of temperature in nonequilibrium steady states*. J. Phys. A: Math. Theor. **53**, 045004 (2020).
- **S. Davis**. *Conditional maximum entropy and superstatistics*. J. Phys. A: Math. Theor. **53**, 445006 (2020).
- H. Umpierrez, **S. Davis**. *Fluctuation theorems in q-canonical ensembles*. Phys. A **563**, 125337 (2021).
- **S. Davis**. *Fluctuating temperature outside superstatistics: Thermodynamics of small systems*. Phys. A **589**, 126665 (2022).
- **S. Davis**. *A classification of nonequilibrium steady states based on temperature correlations*. Phys. A **608**, 128249 (2022).
- C. Farías, **S. Davis**. *Temperature distribution in finite systems: Application to the one-dimensional Ising chain*. Eur. Phys. J. B **96**, 39 (2023).
- **S. Davis**. *Superstatistics and the fundamental temperature of steady states*. AIP Conf. Proc. **2731**, 030006 (2023).

¡Gracias por su atención!

Agencia Nacional de Investigación y Desarrollo

Este trabajo ha sido financiado por el Proyecto FONDECYT Regular 1220651 de ANID (Agencia Nacional de Investigación y Desarrollo, Chile)

Gobierno de Chile

gob.cl